

Séchage superficiel d'un matériau poreux humide par convection forcée d'air chaud: couplage entre les équations de transfert dans le matériau et celles de la couche limite

H. AMIR,† G. LE PALEC‡ et M. DAGUENET†

† Laboratoire de Thermodynamique et Energétique, Université de Perpignan, Avenue de Villeneuve, 66025 Perpignan Cédex, France

‡ Institut Universitaire de Technologie, Groupe de Recherche en Génie Thermique, Rue Engel Gros, 90016 Belfort Cédex, France

(Reçu le 25 Janvier 1985 et sous forme finale le 20 Octobre 1985)

Résumé—Les auteurs considèrent le séchage d'une plaque épaisse d'un matériau poreux humide plongée dans un écoulement laminaire et permanent d'air chaud parallèlement à sa surface. Ils écrivent les équations de la couche limite dans l'air (équation de continuité, du mouvement, de la chaleur, de la masse), celles décrivant les transferts d'humidité et de chaleur dans le milieu poreux, déduites de la théorie de Luikov, puis ils les couplent en exprimant à l'interface air-produit la continuité des flux thermiques et massiques compte tenu de l'évaporation. Ils résolvent numériquement le système différentiel ainsi obtenu par une méthode aux différences-finies implicite. Ils déterminent l'évolution temporelle des distributions spatiales des températures et des humidités, les valeurs locales des nombres de Nusselt et de Sherwood, ils étudient l'influence des principaux paramètres du système.

1. INTRODUCTION

CONSIDÉRONS le séchage d'un produit parallélépipédique humide, assimilable à un milieu poreux saturé placé dans un écoulement forcé d'air chaud dont les caractéristiques (vitesse u_∞ , température T_∞ , humidité absolue W_∞) sont supposées constantes. L'étude théorique de ce problème peut se faire suivant deux démarches distinctes.

(1) La première, suivie par exemple par Luikov [1-3] et Crausse *et al.* [4], consiste à étudier les transferts d'humidité et de chaleur à l'intérieur du produit en développant un modèle homogène justifié par la faible valeur des vitesses de diffusion qui s'y développent. Sur la surface, on exprime alors les bilans thermiques et massiques reliant sa température et sa concentration de vapeur d'eau à celles de l'air asséchant. Ces bilans font intervenir des coefficients globaux de transfert de masse et de chaleur, le plus souvent établis expérimentalement. Ce modèle est fiable, puisque recalé à l'aide de mesures, et il a été appliqué tant au processus de séchage par contact [5, 6] qu'à ceux générés par la convection, qu'elle soit naturelle ou forcée [7, 8].

(2) La deuxième consiste à découper le produit en tranches fictives perpendiculaires au sens de l'écoulement d'air et à écrire, pour chaque tranche, les bilans globaux de chaleur et de masse entre l'air et le produit [9]. Cette démarche est intéressante en ingénierie car elle permet d'éviter les difficultés de calcul numérique tout en donnant avec suffisamment de pré-

cision l'évolution temporelle de la teneur en eau du produit. Cependant, sur le plan strictement théorique, cette méthode est moins satisfaisante que la précédente dans la mesure où elle ne permet pas de modéliser de façon fine les distributions spatiales de la température et de l'humidité. Dans ce travail, nous établissons un modèle de séchage qui permet de déterminer simultanément les profils de température et d'humidité dans la couche limite et le produit. Il fait intervenir les "équations de la couche limite" et celles déduites de la théorie de Luikov. Ces équations sont couplées à l'aide des conditions de continuité des densités de flux massique et thermique à l'interface air-produit. Ainsi, le séchage du produit peut-il être décrit sans avoir recours aux coefficients globaux de transfert de masse et de chaleur, ces derniers étant, au contraire, déduits de la modélisation. C'est là l'un des intérêts présentés par notre travail, un autre étant de modéliser l'évolution des transferts dans la couche limite au cours du séchage: en effet, nous n'avons trouvé dans la littérature aucun travail abordant le problème du séchage sous cet aspect.

2. FORMULATION DU PROBLÈME

Le système de coordonnées utilisé est présenté sur la Fig. 1: x représente la distance mesurée suivant le sens de l'écoulement de l'air, parallèlement à la surface du produit; l'origine 0 est prise sur la surface du produit au niveau du bord d'attaque; y est la coordonnée normale à la surface. Compte tenu de la symé-

NOTATIONS

a_q, a_m	coefficients de diffusion thermique et massique [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	τ	temps [s]
L, l	longueur et épaisseur du produit [m]	ψ	fonction de courant, équation (15) [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$].
P, p	pression totale et pression partielle [atm]		
r	chaleur massique d'évaporation [J kg^{-1}]	Nombres adimensionnels	
T	température thermodynamique [K]	Fo	nombre de Fourier
u, v	composante du vecteur-vitesse suivant x et y [m s^{-1}]	Lu	nombre de Luikov
W	fraction massique de la vapeur [$\text{kg}_{\text{vapeur}}/\text{kg}_{\text{air humide}}$]	Nu	nombre de Nusselt
x, y	coordonnées spatiales.	Pr	nombre de Prandtl
		Re	nombre de Reynolds
		Sc	nombre de Schmidt
		Sh	nombre de Sherwood.
Symboles grecs			
α	coefficient d'échange thermique [$\text{W m}^{-2} \text{°C}^{-1}$]	Indices inférieurs	
β	coefficient d'échange massique [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]	a	air
γ	viscosité cinématique [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	d	relatif à la matière sèche
η	paramètre adimensionnel, équation (13)	m	relatif à la matière
θ	humidité absolue du produit [$\text{kg}_{\text{eau liquide}}/\text{kg}_{\text{produit sec}}$]	p	produit
λ	conductivité thermique [$\text{W m}^{-1} \text{°C}^{-1}$]	q	relatif à la chaleur
ρ	masse volumique [kg m^{-3}]	s	état de saturation
		0	initial
		∞	infini (écoulement libre)
		*	adimensionnel.

trie du problème, le domaine de variations intéressant de y dans le produit est compris entre 0 et $-1, l$ désignant la demi-épaisseur.

Afin de simplifier la formulation des équations, nous posons les hypothèses suivantes :

(a) Le produit est suffisamment humide pour que le transfert d'humidité dans celui-ci s'effectue sous forme d'eau liquide.

(b) Les effets Dufour et Soret sont négligeables.

(c) Dans le produit, les phénomènes convectifs sont négligeables devant les transferts conductifs et la diffusion.

(d) L'écoulement dans la couche limite est laminaire et permanent.

(e) L'évaporation est superficielle.

(f) Les divers coefficients intervenant dans les équations de transfert sont constants, ainsi que la pression totale.

Ces hypothèses conduisent aux systèmes d'équations suivants.

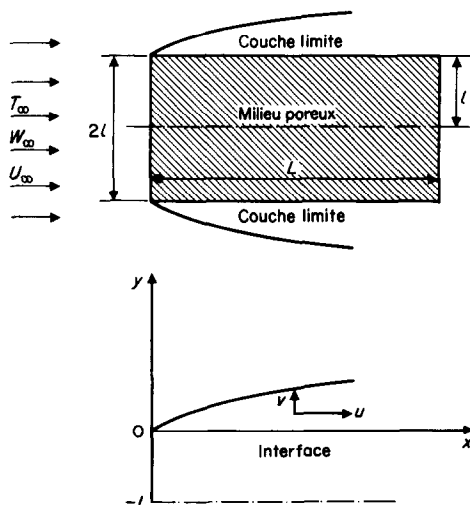


FIG. 1. Représentation schématique du modèle physique et du système de coordonnées.

2.1. Dans la couche limite

Equation du continuïté :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Equation du mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Equation d'énergie :

$$u \frac{\partial T_a}{\partial x} + v \frac{\partial T_a}{\partial y} = a_{qa} \frac{\partial^2 T_a}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Equation de transfert d'humidité :

$$u \frac{\partial W_a}{\partial x} + v \frac{\partial W_a}{\partial y} = a_{ma} \frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2}. \quad (4)$$

u et v désignent les composantes de la vitesse selon les axes x et y . T_a et W_a sont la température et l'humidité

absolue de l'air; γ , a_{qa} et a_{ma} représentent, respectivement, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique et la diffusivité de vapeur d'eau dans l'air. Notons que le potentiel W_a dans l'équation (4), de préférence à la fraction massique de vapeur d'eau, est souvent utilisé en matière de séchage [10] et que cette utilisation peut se justifier aisément à partir de l'équation générale de conservation [11].

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} x = 0, \forall y, \quad T_a = T_\infty, \quad W_a = W_\infty \\ y = 0, \forall x, \quad u = v = 0 \\ y \rightarrow \infty, \forall x, \quad \left. \begin{array}{l} u = u_\infty \\ T_a = T_\infty \\ W_a = W_\infty \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (5)$$

Remarquons que le fait d'avoir admis une évaporation superficielle, par suite de la migration d'humidité dans le produit sous forme d'eau liquide, nous permet de supposer que $v = 0$ sur l'interface air-produit. Il n'en serait pas de même si nous considérions qu'un flux de vapeur, en provenance d'un front d'évaporation situé à l'intérieur du produit, traversait cet interface.

Les deux conditions manquantes pour la température et l'humidité sont assurées en écrivant la continuité des flux de masse et de chaleur à l'interface, c'est-à-dire :

(a) pour le flux de masse

$$\rho_{pd} a_{mp} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \rho_{ad} a_{ma} \frac{\partial W_a}{\partial y} = 0; \quad (6)$$

(b) pour le flux de chaleur

$$\lambda_{qp} \frac{\partial T_p}{\partial y} - \lambda_{qa} \frac{\partial T_a}{\partial y} - r \rho_{pd} a_{mp} \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0. \quad (7)$$

ρ_{pd} , a_{mp} et λ_{qp} sont, respectivement, la masse volumique rapportée au kilogramme de produit et la conductivité thermique du produit, λ_{qa} étant celle de l'air. θ représente l'humidité absolue du milieu poreux (ou teneur en eau base sèche) et T_p sa température. Enfin r est la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau. Notons que sur la surface, W_a doit correspondre aux conditions de saturation de l'air puisque c'est sur celle-ci qu'a lieu l'évaporation. Ces conditions sont précisées par la formule classique reliant l'humidité absolue à la pression de vapeur saturante p_s :

$$W_a = 0,622 \frac{P_s}{P - P_s} \quad (8)$$

P étant la pression totale. La formule de Bertrand [12] permet de relier p_s à la température absolue du produit :

$$P_s = 10^{(17,433 - 2795/T_p - 3,868 \log_{10} T_p)}. \quad (9)$$

2.2. Dans le milieu poreux

Equation de transfert d'humidité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_{mp} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \quad (10)$$

Equation de transfert de chaleur :

$$\frac{\partial T_p}{\partial \tau} = a_{qp} \left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_p}{\partial y^2} \right). \quad (11)$$

τ représente le temps. Afin d'établir les conditions aux limites, rappelons que tous les corps présentent un comportement hygroscopique : ceci signifie, en particulier, que la surface du produit possède une teneur en eau minimale, θ_{cr} , qui est la teneur en eau d'équilibre du produit avec l'air asséchant [13]. Cette dernière est atteinte lorsque la température de surface est égale à celle de l'air asséchant, T_∞ . Dans le problème que nous traitons la face du produit située en $x = 0$, perpendiculairement au sens de l'écoulement, se met très rapidement en équilibre thermique avec l'air, comme le montrent divers travaux théoriques et expérimentaux [13]. Cette phase de mise en température étant négligeable devant la durée de séchage, nous choisissons comme origine du temps l'instant à partir duquel l'équilibre est réalisé en $x = 0$. Nous pouvons donc écrire :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pour } \tau = 0 \\ \quad \left. \begin{array}{l} x \neq 0, \forall y, \quad \theta = \theta_0, T_p = T_{p0} \\ x = 0, \forall y, \quad \theta = \theta_{cr}, T_p = T_x \end{array} \right\} \\ \text{pour } \tau > 0 \\ \quad \left. \begin{array}{l} y = -l, \forall x, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial T_p}{\partial y} = 0 \\ x = 0, \forall y, \quad T_p = T_\infty, \quad \theta = \theta_{cr} \\ x = L, \forall y, \quad \frac{\partial T_p}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (12)$$

La condition prise en $y = -l$ est justifiée par la symétrie du problème, les conditions de séchage étant identiques sur la paroi inférieure du produit (Fig. 1). Quant à la condition prise en $x = L$, elle traduit le fait que l'air se sature d'humidité au contact du produit, perdant ainsi son pouvoir évaporatoire.

3. METHODE DE RESOLUTION

3.1. Equation de continuité et de quantité de mouvement

Les équations (1) et (2) peuvent être résolues séparément puisqu'elles ne sont pas couplées avec la température et l'hygrométrie de l'air asséchant. Pour les résoudre, nous utilisons la méthode classique de Blasius [14]. Elle permet de connaître les vitesses u et v à des abscisses y telles que :

$$y = h \frac{x}{\sqrt{Re_x}}. \quad (13)$$

Où $Re_x = u_\infty x / \gamma$ est le nombre de Reynolds local, y représentant la coordonnée adimensionnelle introduite par la méthode de Blasius [14].

3.2. Equation d'énergie et de transfert d'humidité

Introduisons les quantités adimensionnelles suivantes :

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L} \\ y^* &= \frac{y}{L} \text{ (pour l'air)} \\ y^* &= \frac{y}{l} \text{ (pour le produit)} \\ T_a^* &= \frac{T_a}{T_\infty}, W_a^* = \frac{W_a}{W_\infty}, \theta^* = \frac{\theta}{\theta_0}, T_p^* = \frac{T_p}{T_\infty} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

où L est la longueur de la plaque suivant l'axe des x . Dans la couche limite, on obtient à partir des équations (3) et (4).

$$A_1 \frac{\partial T_a^*}{\partial x^*} + A_2 \frac{\partial T_a^*}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 T_a^*}{\partial y^{*2}} \quad (15)$$

$$A'_1 \frac{\partial W_a^*}{\partial x^*} + A'_2 \frac{\partial W_a^*}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 W_a^*}{\partial y^{*2}} \quad (16)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= f' Re_L Pr \\ A_2 &= \frac{1}{2} \frac{Re_L Pr}{Re_x} (\eta f' - f) \\ A'_1 &= f' Re_L Sc \\ A'_2 &= \frac{1}{2} \frac{Re_L Sc}{Re_x} (\eta f' - f). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Les quantités Pr et Sc désignent respectivement les nombres de Prandtl et Schmidt tandis que le nombre de Reynolds Re_L est défini par l'expression :

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\gamma} \quad (18)$$

Enfin f est la fonction du courant adimensionnelle introduite par la méthode de Blasius, f' représentant sa dérivée par rapport à η .

Les conditions (5), (6) et (7) deviennent :

$$\left. \begin{aligned} x^* = 0, \forall y^*, \quad T_a^* = 1 = W_a^* \\ y \rightarrow \infty, \forall x^*, \quad T_a^* \rightarrow 1, W_a^* \rightarrow 1 \\ y^* = 0, \forall x^*, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} - \alpha_m \frac{\partial W_a^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial T_p^*}{\partial y^*} - \alpha_q \frac{\partial T_a^*}{\partial y^*} - \alpha_c \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \frac{1}{L} \frac{\rho_{ad}}{\rho_{pd}} \frac{\partial_{ma}}{\partial_{mp}} \frac{W_\infty}{\theta_0} \\ \alpha_q &= \frac{1}{L} \frac{\lambda_{qa}}{\lambda_{qp}} \\ \alpha_c &= \frac{\theta_0}{T_\infty} \rho_{pd} \frac{a_{mp}}{\lambda_{qp}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Dans le milieu poreux, les équations de transfert deviennent :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial Fo_m} = \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} + \left(\frac{l}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial T_p^*}{\partial Fo_q} = \frac{\partial^2 T_p^*}{\partial y^{*2}} + \left(\frac{l}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 T_p^*}{\partial x^{*2}} \quad (22)$$

Où Fo_m et Fo_q sont les nombres de Fourier construits à partir des diffusivités massiques et thermiques. Les conditions aux limites (12) s'écrivent, après adimensionalisation :

$$\left. \begin{aligned} \text{pour } Fo_m = Fo_q = 0 \\ \text{pour } x^* \neq 0, \forall y^*, \quad \theta^* = 1, T_p^* = \frac{T_{p0}}{T_\infty} \\ \text{pour } x^* = 0, \forall y^*, \quad T_p^* = 1, \theta^* = \frac{\theta_{cr}}{\theta_0} \\ \text{pour } Fo_m \text{ et } Fo_q > 0 \\ \text{pour } y^* = -1, \forall x^*, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{\partial T_p^*}{\partial y^*} = 0 \\ \text{pour } x^* = 0, \forall y^*, \quad T_p^* = 1, \theta^* = \frac{\theta_{cr}}{\theta_0} \\ \text{pour } x^* = L, \forall y^*, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} = \frac{\partial T_p^*}{\partial x^*} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Les équations (15), (16), (21), (22) et leurs conditions aux limites (19) et (23) sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies : celle-ci est implicite pour la discrétisation des dérivées spatiales, exprimées sous forme de différences centrées, et explicite en ce qui concerne les dérivées temporelles. L'ensemble de ces discrétisations conduit à un système de n équations à n inconnues que nous traitons par la méthode itérative de Gauss-Seidel [15, 16]. Notons que nous utilisons un pas d'espace différent selon l'axe des y pour le produit et pour l'air de part et d'autre de $y^* = 0$ (Fig. 2).

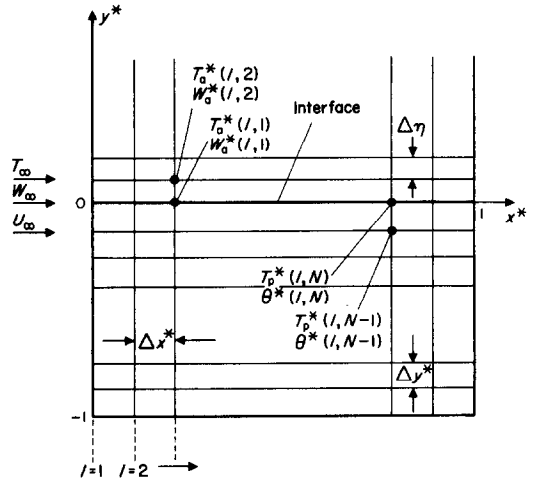


FIG. 2. Définition du maillage.

4. VALEURS LOCALES DES NOMBRES DE NUSSELT ET DE SHERWOOD

Les distributions de la température et de l'humidité dans la couche limite et le milieu poreux étant déterminées, il est intéressant d'en déduire les valeurs locales des nombres de Nusselt et de Sherwood qui caractérisent le transfert convectif entre l'air asséchant et la paroi.

A partir de la définition des coefficients de transfert de masse β et de chaleur α , on peut écrire les égalités suivantes :

pour le transfert de vapeur

$$\beta(W_{as} - W_{\infty}) = -\rho_{ad} a_{ma} \left(\frac{\partial W_a}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (24)$$

pour le transfert de chaleur

$$\alpha(T_{\infty} - T_{ps}) = \lambda_{qp} \left(\frac{\partial T_p}{\partial y} \right)_{y=0} - r \rho_{pd} a_{mp} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (25)$$

W_{as} est l'humidité absolue de saturation, correspondant à la température de surface T_{ps} du milieu poreux.

En se référant au maillage schématisé sur la Fig. 2, il vient après adimensionnalisation :

$$\beta[W_a^*(I, 1) - 1] = \rho_{ad} \frac{a_{ma}}{\Delta y^* L} [W_a^*(I, 1) - W_a^*(I, 2)] \quad (26)$$

et

$$\alpha[1 - T_p^*(I, N)] = \frac{\lambda_{qp}}{l \Delta y^*} [T_p^*(I, N) - T_p^*(I, N-1)] + \frac{r \rho_{pd} a_{mp} \theta_0}{l T_{\infty} \Delta y^*} [\theta^*(I, N-1) - \theta^*(I, N)] \quad (27)$$

d'où l'on déduit, compte tenu des définitions des nombres locaux de Nusselt Nu_x et de Sherwood Sh_x :

$$Nu_x = Re_x \left(A \frac{T_p^*(I, N) - T_p^*(I, N-1)}{1 - T_p^*(I, N)} + B \frac{\theta^*(I, N-1) - \theta^*(I, N)}{1 - T_p^*(I, N)} \right)$$

Avec :

$$A = \frac{\lambda_{qp} \gamma}{\lambda_{qa} l \Delta y^* u_{\infty}} \quad (28)$$

$$B = \frac{r \rho_{pd} a_{mp} \theta_0 \gamma}{\lambda_{qa} l T_{\infty} \Delta y^* u_{\infty}} \quad (29)$$

$$Sh_x = \frac{1}{\Delta \eta} \sqrt{Re_x} \frac{W_a^*(I, 1) - W_a^*(I, 2)}{W_a^*(I, 1) - 1} \quad (30)$$

$\Delta \eta$ est défini à l'aide de la relation (13).

5. RESULTATS

Afin de conserver sa généralité au modèle que nous proposons, les résultats sont présentés en fonction des paramètres adimensionnels. Plusieurs jeux de valeurs ont été utilisés [17], mais nous ne présentons ici que les résultats les plus significatifs. Une étude préalable de la stabilité nous a conduit à adopter un pas de temps de 40 s et les pas adimensionnels suivants :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \eta &= 0,2 \text{ (pour l'air)} \\ \Delta x^* &= 0,02 \\ \Delta y^* &= 0,05 \text{ (dans le produit).} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Sauf spécification contraire, les résultats présentés ont été obtenus en prenant :

$$\left. \begin{aligned} \text{(a) Pour l'air :} \\ T_{\infty} &= 50^{\circ}\text{C} \\ W_{\infty} &= 0,01 \text{ kg/kg air sec} \\ Re_L &= 1,07 \times 10^6 \\ Pr &= 0,72 \\ Sc &= 0,6. \\ \text{(b) Pour le produit :} \\ T_{p0} &= 20^{\circ}\text{C} \\ \theta_0 &= 1,4 \text{ kg/kg de produit sec} \\ \theta_{cr.} &= 0,35 \text{ kg/kg de produit sec.} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Les valeurs que nous avons choisies pour l'air correspondent aux conditions habituelles retenues pour un séchage à basse température, la température de l'air asséchant pouvant atteindre 70–80°C. La valeur de $\theta_{cr.}$ est une moyenne représentative des humidités d'équilibre de la plupart des produits soumis à ces conditions de séchage [13, 18]. Enfin, notons que la valeur du nombre de Reynolds Re_L rentre bien dans le cadre d'une couche limite laminaire, compte tenu du fait que l'écoulement n'est pas confiné [14].

Pour les autres paramètres, nous avons utilisé [9] :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_{pd}}{\rho_{ad}} &= 500 \\ \frac{\lambda_{qp}}{\lambda_{qa}} &= 6,2 \\ Lu &= \frac{a_{mp}}{a_{qp}} = 8,33 \times 10^{-3}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Lu étant le nombre de Luikov. Ajoutons enfin que pour la présentation des résultats, le temps est remplacé par le nombre de Fourier massique, Fo_m , qui est le nombre caractéristique du transfert de masse à l'intérieur du produit.

La Fig. 3 représente les distributions de température et d'humidité adimensionnelles dans la couche limite en fonction de l'abscisse x^* et pour plusieurs valeurs

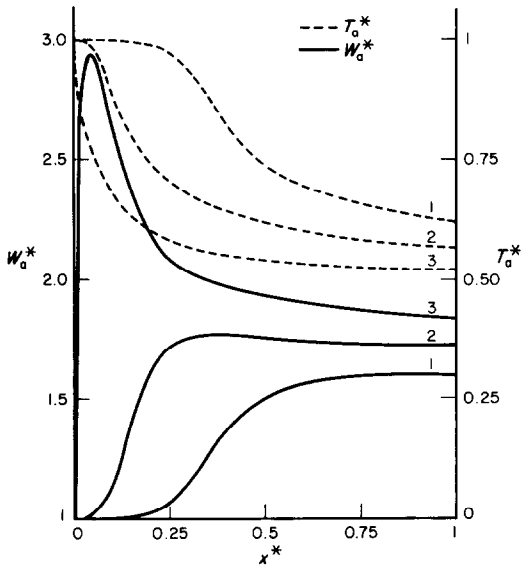


FIG. 3. Distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle de l'air dans la couche limite, en fonction de x^* pour différentes valeurs de y^* . $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$. 1: $y^* = 1,05 \times 10^{-2}$; 2: $y^* = 7 \times 10^{-3}$; 3: $y^* = 2 \times 10^{-3}$.

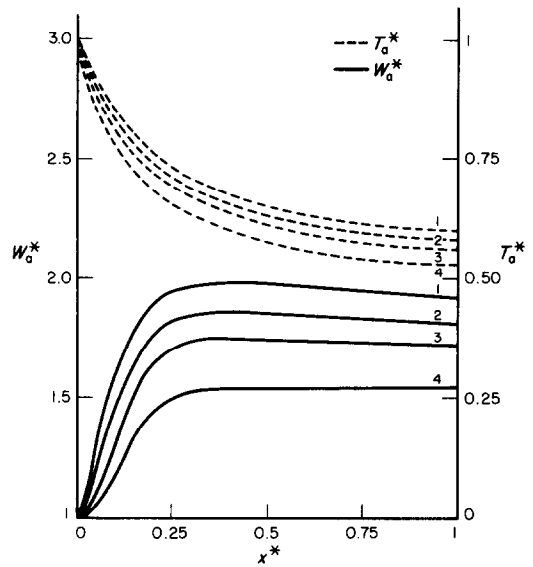


FIG. 4. Distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle de l'air dans la couche limite, en fonction de x^* pour différentes valeurs et Fo_m et pour $y^* = 7 \times 10^{-3}$. 1: $Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$; 2: $Fo_m = 8 \times 10^{-4}$; 3: $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$; 4: $Fo_m = 1,15 \times 10^{-4}$.

de y^* , les résultats correspondant à $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$. Ils montrent que près de la paroi les composantes u et v de la vitesse sont négligeables et que, par conséquent, la diffusion l'emporte sur la convection. Il s'ensuit que le profil d'humidité est fortement influencé par les conditions de saturation sur la surface, régies par les relations (8) et (9). Ceci explique la croissance brutale de l'humidité pour les faibles valeurs de x^* , car en $x^* = 0$, on a la condition $W = W_\infty$. Si l'on s'éloigne de la surface, l'influence de la vitesse de l'air devient prépondérante: ainsi, pour $y^* = 1,05 \times 10^{-2}$, on constate que la diffusion n'est plus décelable et le profil d'humidité est constamment croissant en fonction de x^* . Enfin, en $x^* = 1$, les profils montrent que l'air est pratiquement saturé puisque les gradients de température et d'humidité tendent vers 0. Ceci découle du fait que l'évaporation est superficielle.

La Fig. 4 présente l'évolution des profils de W_a^* et T_a^* pour $y^* = 7 \times 10^{-3}$ et pour plusieurs valeurs du nombre de Fourier Fo_m . L'influence des conditions de paroi apparaît encore ici: pour $Fo_m = 1,15 \times 10^{-4}$, le profil est constamment croissant, les effets de la diffusion n'étant pas encore suffisamment importants à cause de la faible température de surface du produit. Par contre, pour un temps de séchage plus important ($Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$) cette température s'est accrue produisant ainsi une évaporation plus forte. Ceci se traduit par un profil d'humidité qui passe par un maximum en $x^* = 0,4$.

A titre de comparaison, nous avons reporté sur la Fig. 5 les profils d'humidité que l'on obtiendrait si la température pariétale ne variait pas avec x^* . Bien que ce tracé soit effectué pour une distance y^* plus faible que précédemment ($y^* = 4,35 \times 10^{-3}$) il ne permet

pas de déceler les influences de la convection et de la diffusion. Ceci montre bien que, pour ce type de problème, il faut choisir à l'interface des conditions aux limites portant sur les flux thermiques et massiques (et non sur les potentiels), du moins tant que l'équilibre thermodynamique entre les deux milieux n'est pas réalisé.

La Fig. 6 représente l'évolution des profils d'humidité et de température dans la couche limite en

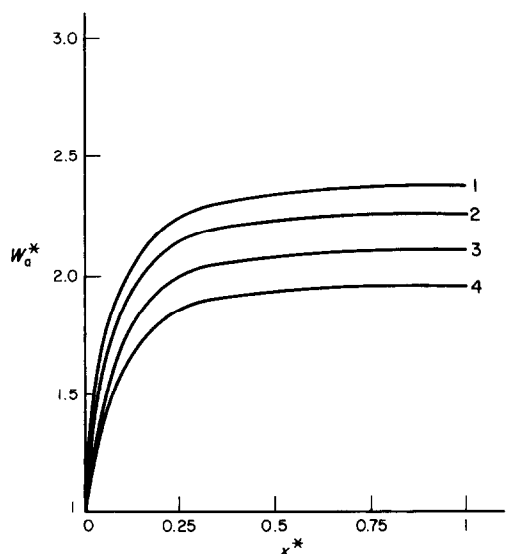


FIG. 5. Distribution de l'humidité absolue adimensionnelle de l'air dans la couche limite en fonction de x^* , à différents instants du séchage, pour $y^* = 4,35 \times 10^{-3}$ et en supposant $W_{as} = \text{constante}$. 1: $Fo_m = 1,95 \times 10^{-3}$; 2: $Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$; 3: $Fo_m = 8 \times 10^{-4}$; 4: $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$.

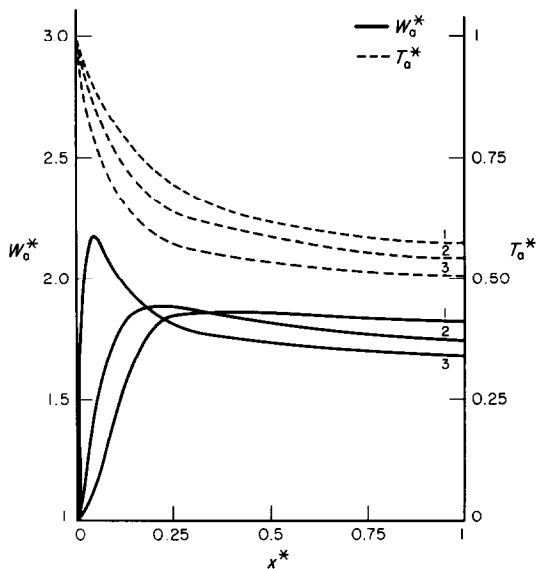


FIG. 6. Influence du nombre de Reynolds Re_L sur la distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle de l'air dans la couche limite pour $y^* = 5,5 \times 10^{-3}$. 1: $Re_L = 1,61 \times 10^6$; 2: $Re_L = 1,07 \times 10^6$; 3: $Re_L = 5,37 \times 10^4$.

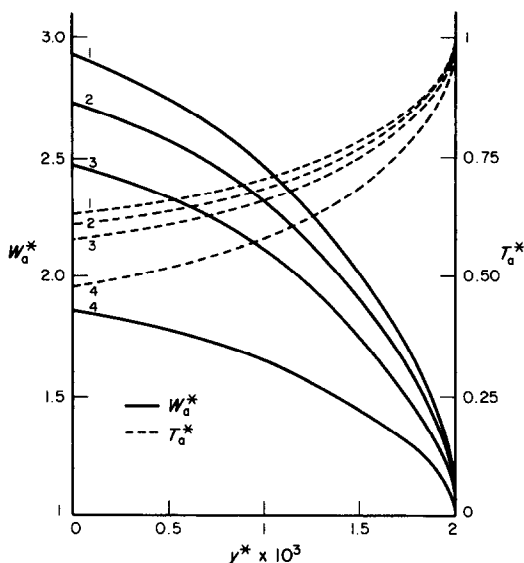


FIG. 7. Distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle de l'air dans la couche limite, en fonction de y^* pour $x^* = 0,26$. 1: $Fo_m = 1,95 \times 10^{-3}$; 2: $Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$; 3: $Fo_m = 8 \times 10^{-4}$; 4: $1,15 \times 10^{-4}$.

fonction de l'abscisse x^* pour différentes valeurs du nombre de Reynolds Re_L . Elle montre donc l'influence d'une variation de la vitesse d'écoulement. Ce tracé correspond à une distance $y^* = 5 \times 10^{-3}$ de la paroi. Il met encore en évidence les effets simultanés de la diffusion et de la convection, cette dernière devenant prépondérante à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Les valeurs de l'humidité obtenues en $x^* = 1$ reflètent la croissance de la vitesse d'évaporation avec le débit. Enfin, la Fig. 7 montre que pour une abscisse x^* fixée et pour plusieurs valeurs de Fo_m , l'humidité décroît et la température de l'air asséchant augmente lorsqu'on s'éloigne de la paroi. Les conditions de surface étant régies par les relations (8) et (9), le gradient d'humidité dans la couche limite augmente au cours du temps à mesure que la température de surface augmente, par suite du chauffage du produit par l'air asséchant. Notons également que les profils tendent à avoir une tangente verticale en $y^* = 2 \times 10^{-3}$, ce qui montre l'égale épaisseur des couches limites thermique et massique. Ceci est en accord avec les valeurs des nombres de Prandtl et de Schmidt.

Les Figs. 8–10 sont relatives aux profils de température et d'humidité adimensionnels obtenus dans le produit.

La Fig. 8 concerne les profils pariétaux ($y^* = 0$) de teneur en eau et de température en fonction de x^* pour diverses valeurs du nombre de Fourier. L'évolution de ces profils au cours du temps et leur allure sont compatibles avec les conditions aux limites adoptées. Ils montrent, en particulier la saturation progressive de l'air en fonction de x^* , ce qui se traduit par des gradients qui tendent vers 0 bien avant la limite

$x^* = 1$. D'autre part, quelle que soit l'abscisse, la teneur en eau décroît avec Fo_m . Sa valeur limite est telle que $\theta = \theta_{cr}$. (soit $\theta^* = 0,25$) pour tout x^* : dès que cette condition est réalisée, l'hypothèse d'une migration d'eau liquide dans tout le produit ne peut plus être retenue. C'est le début d'une phase de ralentissement de la vitesse d'évaporation qui dure tant que tout le milieu n'a pas atteint la valeur θ_{cr} . [13]. Rappelons toutefois que l'étude de cette phase de séchage ne rentre pas dans le cadre de ce travail.

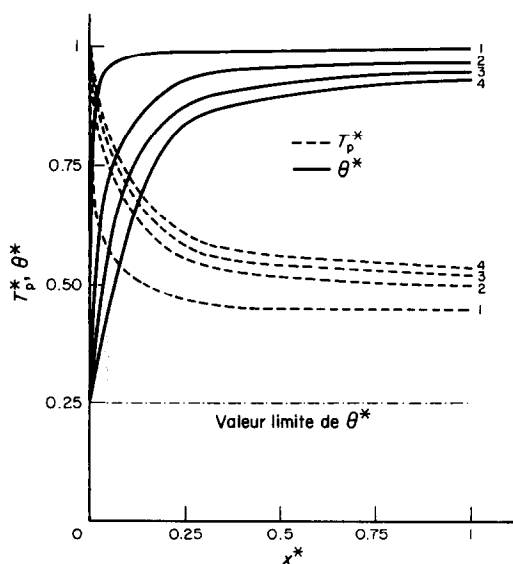


FIG. 8. Distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle du produit en fonction de x^* pour $y^* = 0$. 1: $Fo_m = 1,15 \times 10^{-4}$; 2: $Fo_m = 8 \times 10^{-4}$; 3: $Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$; 4: $Fo_m = 1,95 \times 10^{-3}$.

La Fig. 9 représente les profils en fonction de y^* , la valeur de x^* étant fixée à 0,26. On note que la température de surface n'est pas égale à la température humide de l'air asséchant (ceci apparaît aussi sur la Fig. 8): en effet, l'énergie apportée par l'air chaud sert non seulement à évaporer l'eau superficielle, mais aussi à chauffer le milieu poreux dans son ensemble. Le flux thermique d'évaporation ne représente donc qu'une partie du flux convectif et il s'ensuit que la température humide ne peut être observée en surface.

Ceci est encore mis en évidence sur la Fig. 10 qui représente, pour la même valeur de x^* , l'évolution des profils sur la paroi ($y^* = 0$) en fonction du nombre de Fourier lorsqu'on fait varier le nombre de Reynolds Re_L . On constate aussi qu'une augmentation de la vitesse d'écoulement accroît sensiblement la vitesse de séchage superficielle.

Parmi les conditions de séchage (32), l'hygrométrie de l'air asséchant n'a que très peu d'effet, ainsi que la teneur en eau d'équilibre qui est voisine de la valeur que nous avons adoptée pour beaucoup de produits. Une simulation de leur variation décale légèrement les profils déjà commentés [17]. Un décalage plus important s'observerait en faisant varier θ_0 et, surtout, T_{p0} : cependant, ceci ne présente pratiquement pas d'intérêt puisque le produit est toujours à la température ambiante (ici 20°C) au début du séchage.

En fait, outre la vitesse d'écoulement u_∞ , le paramètre le plus influent est la température T_∞ de l'air asséchant ainsi qu'en témoigne la Fig. 11 qui montre l'évolution des profils d'humidité dans la couche limite (W_a^*) et dans le produit (θ^*) en fonction du nombre de Fourier Fo_m , x^* et y^* étant ici fixés. Ce com-

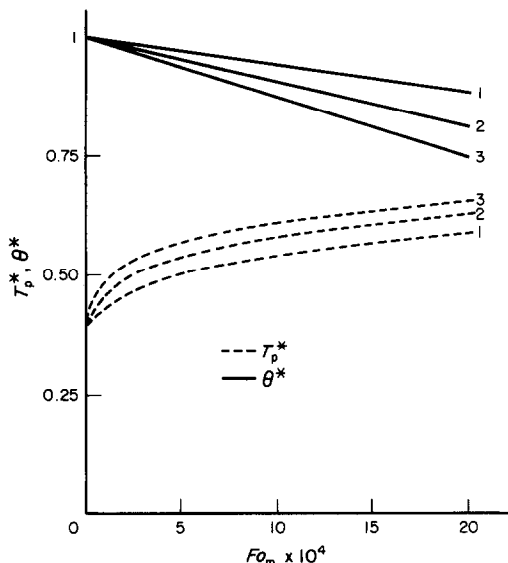


FIG. 10. Influence du nombre de Reynold Re_L sur l'évolution temporelle de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle du produit pour $x^* = 0,26$ et $y^* = 0$. 1: $Re_L = 5,37 \times 10^5$; 2: $Re_L = 1,07 \times 10^6$; 3: $Re_L = 1,61 \times 10^6$.

portement est normal compte tenu de la forte dépendance de la pression de saturation superficielle vis à vis de la température.

Une variation des propriétés physiques du produit à sécher se traduit essentiellement par une modification de ses diffusivités thermique et massique ou, ce qui est équivalent, par une variation du nombre de Luikov Lu . L'augmentation de ce paramètre traduit une plus grande vitesse de diffusion de l'eau liquide

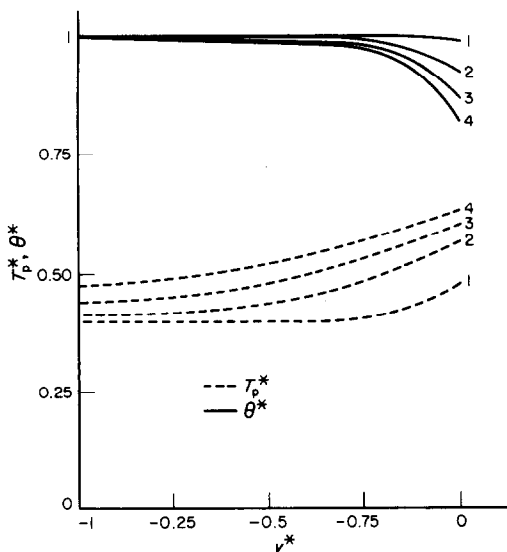


FIG. 9. Distribution de la température absolue adimensionnelle et de l'humidité absolue adimensionnelle du produit en fonction de y^* pour $x^* = 0,26$. 1: $Fo_m = 1,15 \times 10^{-4}$; 2: $Fo_m = 8 \times 10^{-4}$; 3: $Fo_m = 1,4 \times 10^{-3}$; 4: $Fo_m = 1,95 \times 10^{-3}$.

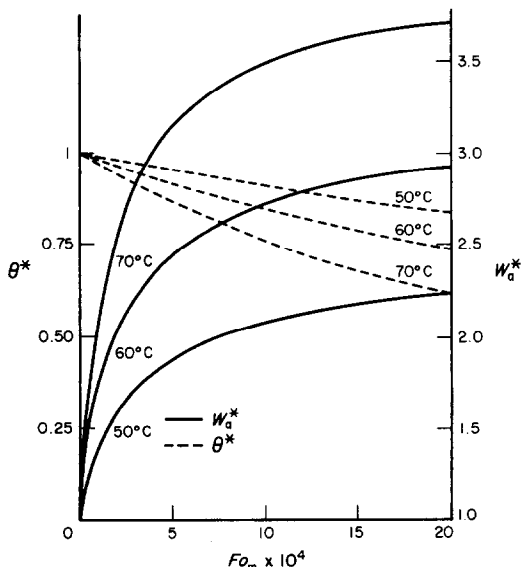


FIG. 11. Influence de la température de l'air asséchant sur l'évolution temporelle des profils d'humidité absolue dans le produit et dans la couche limite. Pour la paroi: $y^* = -0,25$, $x^* = 0,26$. Pour l'air: $y^* = 2,7 \times 10^{-3}$, $x^* = 0,5$.

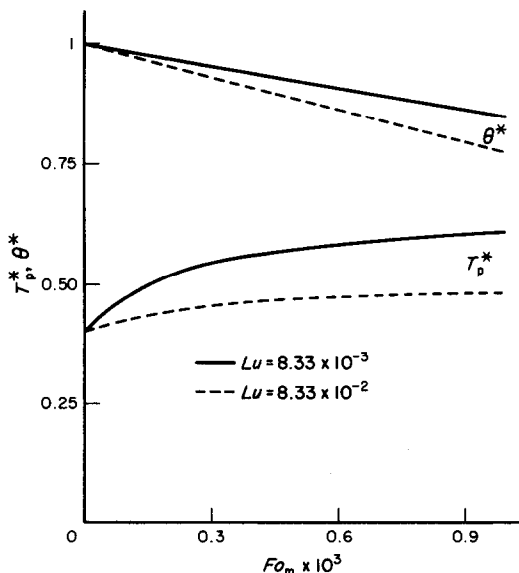


FIG. 12. Influence du nombre de Luikov sur l'évolution temporelle de la température et de l'humidité absolue adimensionnelles du produit pour $y^* = 0$ et $x^* = 0,26$. $Re_L = 1,61 \times 10^6$.

dans le milieu par rapport à sa diffusivité thermique. On constate donc, dans ce cas, un accroissement de la vitesse d'évaporation pour une augmentation moindre de la température de surface. Ceci est illustré sur la Fig. 12 qui représente l'évolution de la teneur en eau et de la température adimensionnelles en fonction du nombre de Fourier, pour $y^* = 0$ et $x^* = 0,26$, le nombre de Reynolds étant celui défini par les conditions de séchage (32).

Enfin, la Fig. 13 présente la variation en fonction de x^* des valeurs locales des nombres de Nusselt et de Sherwood. Elles correspondent à $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$. Les valeurs obtenues sont plus élevées que celles con-

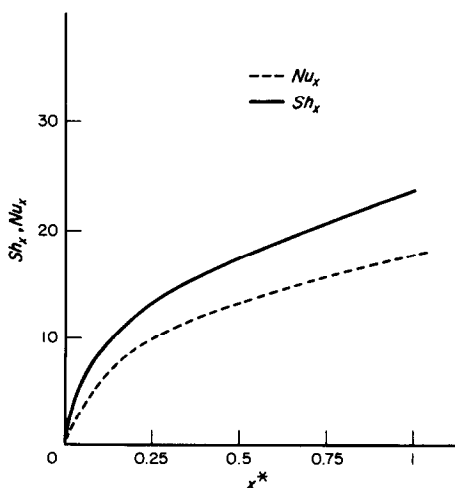


FIG. 13. Variation des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux en fonction de x^* . $Fo_m = 4,6 \times 10^{-4}$.

cernant la convection thermique pure [14] à cause de l'influence du flux d'évaporation.

6. CONCLUSION

Le couplage des équations de la couche limite laminaire avec celles qui décrivent les transferts de chaleur et de masse dans un milieu poreux saturé permet de modéliser le séchage d'un produit humide sans avoir recours aux coefficients globaux de transfert entre le solide et l'air de séchage ; une telle approche permet de mieux comprendre le processus de séchage : en particulier, elle met en relief les effets simultanés de la diffusion et de la convection dans la couche limite. Elle permet également de calculer les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux. La modélisation proposée peut s'appliquer à beaucoup de produits, les résultats ayant été présentés en fonction de paramètres adimensionnels, et notamment aux produits isotropes. Toutefois, son extension à la simulation du séchage de produits anisotropes, tels que le bois, est envisageable dans la mesure où les valeurs expérimentales des propriétés physiques de ces matériaux tiennent compte de l'anisotropie [9, 13] en général.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. V. Luikov, System of differential equations of heat and mass transfer in capillary bodies, *Int. J. Heat Mass Transfer* **18**, 1 (1975).
2. A. V. Luikov, *Heat and Mass Transfer*. MIR, Moscow (1980).
3. A. V. Luikov, *Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies*. Pergamon Press, Oxford (1973).
4. P. Crausse, G. Bacon et S. Bories, Etude fondamentale des transferts couplés chaleur-masse en milieu poreux, *Int. J. Heat Mass Transfer* **24**, 991 (1981).
5. S. Bruin, Calculation of temperature and moisture distribution during contact drying of a sheet of moist material, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 45 (1968).
6. M. D. Mikhailov and K. Shishedjiev, Temperature and moisture distribution during contact drying of moist porous sheet, *Int. J. Heat Mass Transfer* **18**, 15 (1975).
7. R. D. Piacentini et M. Combarnous, Modélisation du séchage solaire des fruits. Application au séchage des prunes. *Revue Int-Heliotech. Complex* (1977).
8. M. Y. Hamdy and H. J. Barre, Analysis and hybrid simulation of deep-bed drying of grain, A.S.A.E. Paper No. 69-328 (1969).
9. H. Chesseron, Contribution à l'étude du séchage solaire du bois, Thèse de 3ème cycle, Université de Perpignan, France (1982).
10. F. W. Bakker Arkema, F. E. Lerew, S. F. de Boer and M. G. Roth, Grain dryer simulation, Research Report No. 224, Michigan State University, East Lansing (1974).
11. M. Daguene, Le séchage solaire : théorie et pratique. UNESCO, Paris (1985).
12. J. F. Sacadura, Initiation aux transferts thermiques, CAST, INSA Lyon, Technique et documentation (1978).
13. O. Krischer et K. Kroll, Technique du séchage, Centre technique des Industries Aéronautiques et Thermiques (1963).
14. H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, 6th Edn. McGraw-Hill, New York (1968).

15. B. Carnahan, H. A. Luther and O. J. Wilkes, *Applied Numerical Methods*. Wiley, New York (1969).
16. A. R. Mitchell and D. F. Griffiths, *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*. Wiley, New York (1980).
17. H. Amir, Séchage d'un matériau poreux humide par convection forcée d'air chaud : couplage entre les équations de transfert dans le matériau et celles de la couche limite. Application au séchage solaire du bois. Thèse de docteur-Ingénieur, Université de Perpignan, France (1985).
18. A. Dascalescu, *Le séchage et ses applications industrielles*. Dunod, Paris (1969).

SUPERFICIAL DRYING OF HUMID POROUS MATERIAL BY FORCED CONVECTION IN HOT AIR : LINKAGE OF THE TRANSFER EQUATIONS IN THE MATERIAL AND THE BOUNDARY LAYER EQUATIONS

Abstract—The authors considered drying of a thick slab of humid porous material immersed in a laminar steady flow of hot air parallel to its surface. They wrote the boundary layer equations in air (continuity, momentum, energy and mass), those describing humidity and heat transfer in the porous medium deduced from Luikov's theory. Then, they coupled them at the air-product interface by expressing the continuity of the thermal and mass fluxes taking into account the evaporation. They solved numerically the resulting system of differential equations using an implicit finite-difference method. They determined the instantaneous evaluation of the spatial distributions of heat and humidity, the local values of the Nusselt and Sherwood numbers. They also studied the influences of principal parameters of the system.

OBERFLÄCHENTROCKNUNG VON FEUCHTEM, PORÖSEM MATERIAL DURCH ERZWUNGENE KONVEKTION IN HEISSER LUFT : VERBINDUNG DER TRANSPORTGLEICHUNGEN IM MATERIAL UND DER GRENZSCHICHTGLEICHUNGEN

Zusammenfassung—Die Autoren behandeln hier den Trocknungsvorgang bei einer dicken Platte aus feuchtem, porösem Material, die parallel zu ihrer Oberfläche stationär und laminar von Heißluft angeströmt wird. Sie formulierten die Grenzschichtgleichungen in Luft (Kontinuität, Impuls, Energie und Masse), welche—abgeleitet aus Luikov's Theorie—den Feuchte- und Wärmetransport im porösen Medium beschreiben. Daraufhin koppelten sie diese an der Luft-Platten-Trennfläche durch die Formulierung der Energie- und Massenerhaltung unter Berücksichtigung der Verdunstung. Sie lösten das resultierende Differentialgleichungssystem numerisch mit einer impliziten finiten Differenzenmethode. Sie bestimmten die momentane (räumliche) Wärme- und Feuchteverteilung und die örtlichen Werte der Nusselt- und Sherwood-Zahl. Ebenso untersuchten sie die Einflüsse der wichtigsten Systemparameter.

ПОВЕРХНОСТНАЯ СУШКА ВЛАЖНОГО ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА В ПОТОКЕ ГОРЯЧЕГО ВОЗДУХА : СОВМЕСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА В МАТЕРИАЛЕ И УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ВОЗДУХЕ

Аннотация—Сушка влажной пористой пластины большой толщины, помещенной в ламинарный стационарный поток горячего воздуха, направленный параллельно ее поверхности, исследуется с помощью уравнений в приближении пограничного слоя для воздуха (неразрывности, сохранения количества движения, энергии и массы) и уравнений, описывающих перенос влаги и тепла в пористой среде, которые выведены из теории Лыкова. На границе раздела фаз ставится условие непрерывности потоков тепла и массы с учетом испарения. Получаемая в результате система дифференциальных уравнений решается численно с помощью метода конечных разностей в неявной форме. Получены мгновенные значения теплового потока и влажности, локальные значения чисел Нуссельта и Шервуда. Изучено также влияние основных параметров системы.